

TÖBBVÁLTOZÓS DIFFERENCIÁL- ÉS INTEGRÁLSZÁMÍTÁS

Székelyhidi László

„A felsőbb analízis sűrűjében”

Jelen kiadvány a Palotadoktor Bt. kiadásában készült. A munkát lektorálta:
Járai Antal (Eötvös Loránd Tudományegyetem, Komputer Algebra Tanszék)

Felelős kiadó: Palotadoktor Bt.

2012

Copyright © Székelyhidi László. A mű a szerző szellemi terméke, melyet engedély nélkül tilos sokszorosítani.

ELŐSZÓ

Jegyzetsorozatunk negyedik kötetét tartja kezében az Olvasó „Többváltozós differenciál- és integrálszámítás” címmel. E kötet mottója: „A felsőbb analízis sűrűjében”, s ez önmagáért beszél. Bár a cím azt sejteti, hogy az előző, differenciál- és integrálszámításról szóló kötethez képest nem sok újdonságra kell felkészülnünk, mégis arra számíthatunk, hogy ebben a rengetegben a biztonságos eligazodáshoz mindarra a tudásra és tapasztalatra szükségünk lesz, amelyet sorozatunk korábbi darabjainak lelkiismeretes tanulmányozása során elsajátítottunk, magunkévá tettünk. Elsősorban a magasabb dimenzióknak köszönhetően kitarulkozó geometriai gazdagságot kell megszoknunk, melyhez térszemléletünk fejlesztése elengedhetetlenül szükséges. A lineáris algebrában való jártasság ugyancsak nélkülözhetetlen, éppen ezért iktattuk be az első fejezetet, amelyben mindannak az anyagnak a rövid összefoglalása található, amit biztonsággal kell felhasználnunk a későbbiekben.

Ebben a kötetben a korábbiakhoz képest nagyobb számban találhatók tételek, állítások bizonyítás nélkül. Ennek az az oka, hogy egyes esetekben nem tartottuk valószínűnek, hogy az elhagyott, szinte kivétel nélkül technikai jellegű bizonyítások valóban jelentős mértékben hozzájárulnának az illető tételek, eljárások lényegi megértéséhez, különösen azok körében, akiknek jelen jegyzetet elsősorban szánjuk. Az érdeklődő Olvasó, amennyiben további részletekre kíváncsi, a kötet végén található irodalomjegyzékben megfelelő forrásokat ismerhet meg, melyeket e jegyzet összeállítása során felhasználtunk.

Bízunk benne, hogy a korábbi kötetek folytatásaként ez is hozzá fogja segíteni az Olvasót ahhoz, hogy a felsőbb analízis sűrűjében eligazodjon, esetleg ahhoz is kedvet kapjon, hogy további barangolásokra szánja rá magát, s újult lelkesedéssel, immár biztos alapokkal lásson hozzá a modern analízis haladotabb területeinek felderítéséhez.

Köszönetet mondok Járai Antalnak a jegyzet lelkiismeretes lektorálásáért.

Hegyeshalom, 2012.

Székelyhidi László

Tartalom

ELŐSZÓ	1
1 A k-DIMENZIÓS EUKLIDESZI TÉR	3
1.1 Alapfogalmak	3
1.2 Lineáris leképezések	8
1.3 Metrikus tulajdonságok	17
1.4 Vektorsorozatok	20
1.5 Görbék	23
1.6 Polárkoordináták	29
1.7 Hengerkoordináták és gömbi koordináták	31
1.8 Egyenesek, síkok	32
2 TÖBBVÁLTOZÓS DIFFERENCIÁLSZÁMÍTÁS	39
2.1 Többváltozós függvények megadása	39
2.2 Többváltozós függvények határértéke	42
2.3 Többváltozós függvények folytonossága	46
2.4 Folytonos függvények tulajdonságai	48
2.5 Parciális differenciálás	52
2.6 Totális differenciálás	53
2.7 Az inverzfüggvény-tétel és az implicitfüggvény-tétel	61
2.8 Magasabbrendű deriváltak	70
2.9 Szélsőértékszámítás	74
2.10 Feltételes szélsőérték	78
3 TÖBBVÁLTOZÓS RIEMANN–INTEGRÁL	82
3.1 A többváltozós Riemann–integrál értelmezése	82
3.2 A Jordan–mérték	85
3.3 Integráltranszformáció	92
3.4 Alkalmazások	94
3.4.1 Területszámítás	94
3.4.2 Térfogatszámítás	96
3.4.3 Ívhossz számítás	97
3.4.4 Felszínszámítás	97
3.4.5 Fizikai alkalmazások	99
3.5 Vonálintegrálok	102
3.6 Felületi integrálok	113
3.7 A vektormezők elméletének alapjai	116
IRODALOMJEGYZÉK	125
TÁRGYMUTATÓ	126