

Székelyhidi László

Valószínűségszámítás és matematikai statisztika

Budapest, 1998

Előszó

Ez a jegyzet a valószínűségszámításnak és a matematikai statisztikának azokat a fejezeteit tárgyalja, amelyek a matematikatanár szakos hallgatók képzésében szerepet játszanak, figyelembe véve a tanárképző intézmények tanterveit és a felhasználható alapismereteket. Mivel a valószínűségelmélet tárgyalása ezen a szinten nem lehetséges a Lebesgue-féle mértékelmélet alapján, így a jegyzetben az úgynevezett naiv felépítést követjük. Mindazonáltal igyekszünk azokat a legfontosabb fogalmakat és tételeket bemutatni (utóbbiakat esetenként bizonyítás nélkül), amelyek kellő mértékben reprezentálják a modern valószínűségelmélet és a matematikai statisztika gyakorlati alkalmazhatóságát, módszereit.

A valószínűségszámítással kapcsolatos fejezetek megírása során elsősorban az [5] és [10] munkákra támaszkodtunk, azok terminológiáját, jelölésrendszerét használtuk. A statisztikáról szóló fejezetek forrásmunkája főleg [2] és [9] volt. A feladatok összeállítása során elsősorban a [7], [9], [10] munkák feladatanyagát használtuk fel.

Az egyes fejezetekhez feladatok csatlakoznak, melyek a gyakorlás mellett az anyag mélyebb elsajátítását hivatottak elősegíteni.

A jegyzet írásakor erősen támaszkodtunk az irodalomjegyzékben felsorolt művekre, ezekből számos feladatot átvettünk, esetenként az adatok, illetve a fogalmazás kisebb módosításával.

TARTALOM

1. Bevezetés	
1.1. Véletlen tömegjelenségek	1
1.2. Kísérletek, események	1
2. A kombinatorika elemei	
2.1. Permutációk	4
2.2. Kombinációk	5
2.3. Variációk	7
2.4. Feladatok	9
3. Eseményalgebra	
3.1. Eseménytér	12
3.2. Műveletek eseményekkel	13
3.3. Feladatok	17
4. A valószínűség matematikai fogalma	
4.1. Gyakoriság, relatív gyakoriság	20
4.2. Valószínűségi mező	21
4.3. Feladatok	24
5. A klasszikus valószínűségi mező	
5.1. Véletlen húzás	26
5.2. Több kocka egyidejű feldobása	26
5.3. Egy mintavételi probléma	27
5.4. Feladatok	29
6. Geometriai valószínűségek	
6.1. Geometriai valószínűségek értelmezése	32
6.2. Háromszög szerkeszthetősége	33
6.3. Találkozási probléma	33
6.4. A Bertrand-féle paradoxon	34
6.5. A Buffon-féle tűprobléma	35
6.6. Feladatok	36

7. A valószínűség alapvető összefüggései	
7.1. Elemi tulajdonságok	37
7.2. Az additivitás és a szubadditivitás	38
7.3. A valószínűség folytonossága	40
7.4. Feladatok	42
8. Feltételes valószínűség és függetlenség	
8.1. A feltételes valószínűség értelmezése	43
8.2. A feltételes valószínűség tulajdonságai	44
8.3. A teljes valószínűség tétele	46
8.4. A Bayes-tétel	47
8.5. Függetlenség	48
8.6. Feladatok	51
9. Valószínűségi változók	
9.1. A valószínűségi változó értelmezése	54
9.2. Eloszlásfüggvény	55
9.3. Diszkrét és folytonos eloszlások	57
9.4. Feladatok	61
10. Eloszlások	
10.1. Valószínűségi változók függvényeinek eloszlása	65
10.2. Együttes eloszlás	66
10.3. Valószínűségi változók függetlensége	68
10.4. Eloszlások kompozíciója	69
10.5. Feltételes eloszlás	70
10.6. Véletlen bolyongás	72
10.7. Feladatok	74
11. A várható érték	
11.1. A várható érték értelmezése	76
11.2. A várható érték tulajdonságai	78
11.3. Valószínűségi változók függvényeinek várhatóértéke	82
11.4. A feltételes várható érték	83
11.5. Feladatok	85
12. A szórás és a korrelációs együttható	
12.1. A szórás értelmezése	87
12.2. A szórás tulajdonságai	89
12.3. A kovariancia és a korrelációs együttható	90
12.4. Feladatok	92
13. Nevezetes valószínűségeloszlások	
13.1. A binomiális eloszlás	93

13.2.	A hipergeometrikus eloszlás	94
13.3.	A Poisson-eloszlás	96
13.4.	A negatív binomiális eloszlás	98
13.5.	A geometriai eloszlás	99
13.6.	Az egyenletes eloszlás	100
13.7.	Az exponenciális eloszlás	101
13.8.	A normális eloszlás	102
13.9.	Feladatok	105
14.	Generátorfüggvények	
14.1.	A generátorfüggvény értelmezése	109
14.2.	A generátorfüggvény alkalmazásai	110
14.3.	Feladatok	113
15.	Nevezetes egyenlőtlenségek és alkalmazásaik	
15.1.	A Markov- és a Csebisev-egyenlőtlenség	114
15.2.	A nagy számok törvénye	116
15.3.	A Moivre-Laplace-tétel	117
15.4.	Feladatok	119
16.	A matematikai statisztika elemei	
16.1.	Statisztikai mező	120
16.2.	Gyakran használt statisztikák	121
16.3.	Feladatok	124
17.	Statisztikai becslések	
17.1.	A statisztikai becslés fogalma	125
17.2.	Torzítatlan becslések	126
17.3.	Hatásos becslések	126
17.4.	Konzisztens becslések	127
17.5.	A maximumlikelihood-becslés	128
17.6.	Konfidenciaintervallumok	129
17.7.	Feladatok	133
18.	Hipotézisvizsgálat, statisztikai próbák	
18.1.	Statisztikai hipotézisvizsgálat	135
18.2.	Statisztikai próbák	135
18.3.	Az u -próba	137
18.4.	A t -próba	138
18.5.	A χ^2 -próba	139
18.6.	Feladatok	141
19.	Regressziók	
19.1.	Kétváltozós regresszió	142

19.2. Lineáris regresszió	143
19.3. Regresszió normális eloszlás esetén	144
19.4. Linearizálható regresszió	145
19.5. Feladatok	146

20. Irodalomjegyzék